

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

« 14 »  Е.А. Журавлева
2025 г.


Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Дифференциальная геометрия и топология

По направлению подготовки	01.03.01 Математика
Профиль подготовки	Математические и цифровые технологии в образовании
Квалификация выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная
Курс	2 курс

Разработчик
Доцент, Давыскиба О.В.
Заведующий кафедрой
фундаментальной математики
 Темникова С.В.

Протокол
от « 13 » сентября 2025 г. № 7

Луганск 2025

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС — установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональные	
ОПК-1	ОПК-1.2. Имеет представление об использовании фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Раздел 1. Дифференциальная геометрия кривых	ОПК-1	Выполнение практических заданий, устный опрос
Раздел 2. Дифференциальная геометрия поверхностей	ОПК-1	Выполнение практических заданий, устный опрос
Раздел 3. Элементы общей топологии	ОПК-1	Выполнение практических заданий, устный опрос
Раздел 4. Топология многообразий	ОПК-1	Выполнение практических заданий,

		устный опрос
Промежуточная аттестация	ОПК-1	Зачет, экзамен

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.2. Имеет представление об использовании фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
Работа на практических занятиях	20
Контроль самостоятельной работы	30
Экзамен (письменный)	50
Итого за семестр:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения	

		ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	D – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	E – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

1.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Вопросы для устного опроса:

(перечень типовых вопросов)

1. Как определяются регулярные кривые для разных типов их задания (параметрического, общего, как график функции)?
2. Написать уравнения ребер и граней трехгранника Серре-Френе для кривой $\mathbf{r}(t)=\{x(t),y(t),z(t)\}$.
3. Какое свойство имеет естественная (натуральная) параметризация?
4. Чему равна кривизна и кручения кривой $\mathbf{r}(t)=\{x(t),y(t),z(t)\}$?
5. Как найти ориентированную кривизну кривой $\mathbf{r}(t)=\{x(t),y(t)\}$?
6. Какими будут параметрические уравнения плоской кривой, заданной

натуральным уравнением $k=k(s)$?

7. Как найти особые точки кривой $F(x,y)=0$?
8. Что является огибающей семейства нормалей данной кривой?
9. Как с помощью кривизны и кручения определить является ли кривая прямой линией, или плоской линией?
10. Как преобразуются координаты касательного вектора при изменении криволинейной системы координат?
11. Как находится длина дуги в евклидовой, полярной, сферической и цилиндрической системах координат?
12. Как риманова метрика переносится гладким отображением?
13. Как связаны понятия регулярности для поверхностей заданных разными способами?
14. Как связаны первые квадратичные формы изометрических поверхностей?
15. Как найти главные кривизны поверхности?
16. Как индикатриса Дюпена и полная кривизна связаны с типом точек поверхности?
17. Как найти главные направления поверхности? Какие их свойства?
18. Как найти коэффициенты связности (символы Кристоффеля) поверхности?
19. На всех ли поверхностях существуют: а) асимптотические линии, б) линии кривизны, в) геодезические линии?
20. Как между собой связаны кривизна, нормальная кривизна и геодезическая кривизна кривой на поверхности?
21. Какой является первая квадратичная форма поверхностей постоянной кривизны в полугеодезической системе координат?
22. Как меняются координаты касательного вектора при замене параметризации k -мерной поверхности?
23. Какие из следующих пространств являются многообразиями: а) сфера, б) прямая из двумя нулями, в) прямая с дискретной топологией, г) проективное пространство, д) объединение двух пересекающихся прямых?
24. Будет ли объединение (произведение, непрерывный образ) многообразий многообразием?
25. Когда множество, заданное системой уравнений в евклидовом пространстве является многообразием?
26. Как связаны понятия подмногообразия и вложенного многообразия?

Практические задания:

1. Кривая задана уравнением $\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$.

Составить уравнения:

- а) касательной;
- б) бинормали;
- в) главной нормали;
- г) нормальной плоскости;
- д) спрямляющей плоскости;

- е) соприкасающейся плоскости;
 ж) кривизну и кручение в точке M_0 ,
 если $x(t)=t^3$, $y(t)=t^2$, $z(t)=e^t$, $M_0(1, 1, e)$.
2. Определить кривизну и кручение линии $x = e^t \sin t$, $y = e^t \cos t$, $z = e^t$.
 3. Написать уравнение нормали к кривой $x^2 - x + y^2 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ в точке $(0, 0, 1)$.
 4. В точке $(0, 0)$ на поверхности $\mathbf{r} = \{ \cos u \cos v, \cos u \sin v, \sin u \}$
 - 1) Найти среднюю и гауссову кривизны
 - 2) Определить тип точек поверхности
 - 3) Найти главные кривизны
 - 4) Найти асимптотические линии
 5. Составить натуральные уравнения линии $\vec{r}(t) = e^t (a \cos t \vec{i} + a \sin t \vec{j} + b \vec{k})$, $a \neq 0$
 6. Поверхность задана уравнением $\vec{r}(u, v) = x(u, v)\vec{i} + y(u, v)\vec{j} + z(u, v)\vec{k}$, точка M_0 лежит на ней.
 Найти:
 - 1) уравнение касательной плоскости;
 - 2) уравнение нормали;
 - 3) 1-ю квадратичную форму;
 - 4) 2-ю квадратичную форму;
 - 5) главные, полную и среднюю кривизны;
 - 6) составить уравнение индикатрисы Дюпена и определить тип точки M_0 .
$$x(u, v) = u + v, \quad y(u, v) = u - v,$$

$$z(u, v) = u^2 - v^2, \quad M_0(\sqrt{2}; \sqrt{2})$$
 7. Найти центр линии второго порядка $3x^2 + 5xy + y^2 - 8x - 11y - 7 = 0$.
 8. Найти асимптотические направления линии $x^2 - 3xy - 10y^2 + 6x - 8y = 0$.
 9. Найти натуральное уравнение кривой, параметрическое уравнение которой имеет вид:
$$\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$$
 10. Вычислите длину дуги между указанными точками следующей кривой $y = \ln \cos x$, $x(1) = 0$, $x(2) = \pi/3$
 11. Найти эволюты параболы: $y^2 = 4x$.
 12. Найти эволюты эллипса
$$\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$$
 .
 13. Вычислите кривизну линии $y = x^4$ в точке $O(0,0)$.
 14. Является ли множество R^2 метрическим пространством, если под расстоянием между точками $X(x_1, x_2)$ и $Y(y_1, y_2)$ понимать $\rho(X, Y) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$?

1.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет, экзамен)

1. Векторная функция скалярного аргумента.
2. Понятие линии, различные определения линии.

3. Уравнения линии.
4. Гладкие (регулярные) кривые.
5. Касательная и нормальная плоскость к кривой.
6. Длина кривой.
7. Естественная параметризация.
8. Кривизна кривой.
9. Репер Френе.
10. Кручение линии.
11. Формулы Френе.
12. Натуральные уравнения кривой.
13. Базисные векторы репера Френе.
14. Кривизна и кручение произвольной параметризации.
15. Понятие поверхности.
16. Различные уравнения поверхности.
17. Гладкие поверхности.
18. Касательная плоскость
19. Нормаль к поверхности.
20. Первая квадратичная форма поверхности и ее практическое применение.
21. Вторая квадратичная форма поверхности и ее практическое применение.
22. Индикатриса кривизны.
23. Главные направления и главные кривизны,
24. гауссова и средняя кривизны поверхности.
25. Теоремы Гаусса и Гаусса-Боне.
26. Теория поверхностей в дифференциальной геометрии
27. Элементарная поверхность
28. Регулярная поверхность
29. Кривые на поверхности
30. Касательная плоскость и нормаль к поверхности
31. Измерение на поверхности длин, углов, площадей.
32. Первая квадратичная форма поверхности
33. Вторая квадратичная форма поверхности
34. Кривизна кривой, лежащей на поверхности
35. Внутренняя геометрия поверхности
36. Многомерные геометрические объекты
37. Элементы общей топологии
38. Определение топологического пространства
39. Взаимное расположение точек и множеств в топологическом пространстве
40. База топологии
41. Метрическое пространство
42. Подпространство топологического пространства
43. Свойства топологических пространств
44. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы

45. Гладкие многообразия
46. Определение гладкого многообразия
47. Отображения многообразий
48. Гладкая поверхность и матричные группы как многообразия
49. Связь метрических и топологических пространств.
50. Касательный вектор и касательное пространство к многообразию
51. Компактность.
52. Отделимость.
53. Связность.
54. Понятие топологической структуры
55. Длина дуги кривой на поверхности.
56. Нахождение угла между кривыми на поверхности
57. Геометрический смысл кривизны и кручения.
58. Натуральные уравнения кривой
59. Определение и примеры многообразий
60. Предмет внутренней геометрии поверхности.
61. Нормальная и геодезические кривизны.
62. Примеры многообразий: гладкие поверхности.
63. Примеры многообразий: матричные группы.
64. Примеры многообразий: проективное пространство.
65. Многообразие с краем, локальные координаты точек многообразия.
66. Хаусдорфово топологическое пространство.
67. Вектор-функция скалярного аргумента.
68. Соприкасающаяся окружность.
69. Эволюта.
70. Эвольвента.